

# 双耦合极化码及其编码调制方案

陈皓炜, 蔡穗华, 韦宝典, 马 啸

(中山大学计算机学院, 广东广州 510006)

**摘 要:** 本文提出了双耦合极化码(Dual Coupled Polar, DC-Polar)的方案,并推导了其性能下界. 基于此,本文考虑高阶调制的情况,给出了采用双耦合极化码的比特交织编码调制(Bit-Interleaved Coded Modulation, BICM)方案. 为了解决高阶调制下码长匹配的问题,本文基于多层编码调制的思想提出了双层耦合极化编码调制(DC-Polar Two-Layer Coding, DC-Polar-TLC)方案,其优点在于码长灵活,不需要使用删余或截短等技术. 仿真结果显示,双层耦合极化编码调制方案具有较好性能,在64QAM调制下,该方案与使用比特交织编码调制的CRC辅助极化码相比具有约0.6 dB的增益.

**关键词:** 比特交织编码调制; 双耦合极化码; 精灵辅助界; 高阶调制; 双层编码调制

**中图分类号:** TN911.22

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112(2022)08-1917-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.12263/DZXB.20211030

## Dual Coupled Polar Coded Modulation

CHEN Hao-wei, CAI Sui-hua, WEI Bao-dian, MA Xiao

(School of Computer Science and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou, Guangdong 510006, China)

**Abstract:** In this paper, the dual coupled polar(DC-Polar) code is proposed and its lower bound is derived. Based on this, DC-Polar code combined with bit-interleaved coded modulation(BICM) is presented for high-order constellations. To overcome the rate matching problem, a new coded modulation scheme called DC-Polar two-layer coding(DC-Polar-TLC) is proposed. The advantage of this scheme is that the code length can be adjusted flexibly without applying puncturing or shortening methods. It is shown by numerical simulations that the proposed DC-Polar-TLC scheme has good performance. The presented scheme can achieve about 0.6 dB performance gains compared to the bit-interleaved coded modulation scheme with CRC-aided polar code for the case of 64QAM.

**Key words:** bit-interleaved coded modulation(BICM); dual coupled polar code; genie-aided bound; high-order modulation; two-layer coding

## 1 引言

极化(Polar)码是E Arikan于2008年基于信道极化现象提出的一类线性分组码<sup>[1,2]</sup>,是首个可理论证明能达到任意二进制输入离散无记忆对称信道(Binary-Input Discrete Memoryless Channels, BI-DMC)容量且具有较低的编码码复杂度和确定性构造的信道编码方案,因而近年来广受关注. E Arikan针对所提出的极化码设计了逐次抵消(Successive Cancellation, SC)译码算法<sup>[2]</sup>以及置信传播(Belief Propagation, BP)译码算法<sup>[3]</sup>. SC译码算法在中短码长下性能较差,于是有研究者提出了逐次抵消列表(Successive Cancellation List, SCL)译

码算法<sup>[4-6]</sup>和逐次抵消堆栈(Successive Cancellation Stack, SCS)译码算法<sup>[7]</sup>. BP算法由于性能较差,并且高信噪比下会出现错误平层,其他研究者提出了软抵消(Soft Cancellation, SCAN)译码算法<sup>[8]</sup>和置信传播列表(Belief Propagation List, BPL)译码算法<sup>[9]</sup>.

为了进一步提升极化码的纠错性能,学者们提出了级联极化码,即在极化码编码器外级联一个系统外码. 典型的级联极化码有循环冗余校验(Cyclic Redundancy Check, CRC)辅助的CA-Polar码<sup>[4,10]</sup>和基于奇偶校验(Parity Check, PC)的PC-Polar码<sup>[11]</sup>. 2019年, E Arikan提出了卷积极化码(Polarization-Adjusted Convolu-

收稿日期: 2021-08-01; 修回日期: 2022-04-16; 责任编辑: 李勇锋

基金项目: 国家重点研发计划(No.2020YFB1807100); 广东省基础与应用基础研究基金(No.2020A1515010687); 广州市基础研究计划基础与应用基础研究项目(No.202102080322); 国家自然科学基金(No.61972431)

tional Codes, PAC)<sup>[12]</sup>,用码率为1的卷积码代替级联外码.此外,文献[13]提出了一种基于空间耦合(Spatial Coupling, SC)的SC-Polar码,可以进一步提升极化码的纠错性能.

为满足日益增长的数据速率需求,通信系统常常通过编码调制来达到较高的频谱效率.极化码在加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)信道下具有优秀的纠错性能,于是研究者们将极化码与高阶调制相结合以实现高谱效、高能效的信息传输.典型的编码调制方案主要有比特交织编码调制方案(Bit-Interleaved Coded Modulation, BICM)<sup>[14,15]</sup>和多层编码调制方案(Multilevel Coding, MLC)<sup>[16]</sup>.2013年, M Seidl等人将二元极化码与BICM和MLC相结合,提出了基于极化码的编码调制方案<sup>[17]</sup>,即比特交织极化编码调制(Bit-Interleaved Polar Coded Modulation, BIPCM)和多层极化编码调制(Multilevel Polar Coding, MLPC).

在码长较短的情况下,为了提升极化码的性能,我们结合双向叠加传输(Twisted-Pair Superposition Transmission, TPST)方案<sup>[18]</sup>和SC-Polar编码方案,提出了双耦合极化码(Dual Coupled Polar, DC-Polar)编码方案<sup>[19]</sup>并推导了其性能下界.在高阶调制下,我们给出了采用双耦合极化码的BICM方案,但由于其存在码长匹配的问题,我们基于MLC的思想设计了双层耦合极化编码调制(DC-Polar Two-Layer Coding, DC-Polar-TLC)方案,该方案使用两个编码器,可以根据调制阶数灵活地分配码长.本文以16QAM和64QAM下的DC-Polar-TLC系统为例进行仿真,结果表明,在64QAM调制下,该方案与使用BICM系统的CA-Polar码相比具有约0.6 dB的增益.

## 2 双耦合极化码

### 2.1 极化码

信道极化的过程分为信道合并和信道分裂两个步骤.当码长 $N$ 趋于无穷时,经过极化码编码后的等效比特子信道将极化成几乎无噪声的(对应容量为1)或无用的(对应容量为0),其中长度为 $K$ 的信息比特将在这些几乎无噪声的比特信道内传输,称这些比特信道的序号集合为信息位集合 $\mathcal{A}$ ;长度为 $N-K$ 的固定比特(称为冻结比特)将放置在无用的比特信道上,称这些比特信道的序号集合为冻结位集合 $\mathcal{A}^c$ ,于是有 $\mathcal{A} \cup \mathcal{A}^c = \{1, 2, \dots, N\}$ .我们在信道中传输了 $N$ 个比特,其中包括 $K$ 个信息比特,称这种从 $K$ 维空间到 $N$ 维空间的映射为极化码编码.

在本文中,我们采用记号 $\text{Polar}(N, K, \mathbf{u}_{\mathcal{A}})$ 来表示一个极化码,其中 $N=2^n$ 表示极化码的码长, $K$ 表示信息序列长度, $\mathbf{u}_{\mathcal{A}}$ 表示长度为 $N-K$ 的冻结比特序列.

### 2.2 双耦合极化码编码

双耦合极化码<sup>[19]</sup>是一种将极化码作为成分码、采用上下两层结构来进行码率分配的编码方案,其上下层之间通过空间耦合进行连接,代替了TPST<sup>[18]</sup>方案的前向叠加步骤.其基本思想是,利用上下层进行联合编码从而获得性能增益.空间耦合技术将上层的信息处理后放入下层的冻结位上,因此上层的少量错误会带来下层的显著变化,从而使得上层的正确序列更容易被识别.后向叠加技术将下层叠加到上层,因此逐次抵消过程中,在给定上层的情况下,下层进行了部分重传,性能得到改善从而有利于正确码字的识别.为了改善上层的性能,我们使用具有较强纠错能力的列表译码来加大正确码字的影响,从而便于列表内正确码字的识别.

双耦合极化码的编码如图1所示,其编码过程是将长度为 $K=K_0+K_1$ 的信息序列编码成长度为 $2N$ 的码字.算法1给出了具体的编码算法,其中, $\mathbf{S}$ 是大小为 $K_0 \times (N-K_1)$ 的耦合矩阵,用于提取上层的编码信息用作下层的冻结比特. $\Pi$ 是大小为 $N \times N$ 的交织器.为简单起见,本文选择耦合矩阵 $\mathbf{S}$ 和交织器 $\Pi$ 为反向排序矩阵<sup>[19]</sup>.

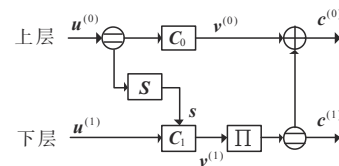


图1 双耦合极化码的编码框图

#### 算法1 双耦合极化码编码算法

输入:信息序列 $\mathbf{u} = (\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)})$

输出:编码码字 $\mathbf{c} = (\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{c}^{(1)})$

1. 将上层信息序列 $\mathbf{u}^{(0)}$ 送入上层 $\text{Polar}(N, K_0, \mathbf{0})$ 编码器,编码生成子码字 $\mathbf{v}^{(0)}$ ;
2. 将 $\mathbf{u}^{(0)}$ 送入 $\mathbf{S}$ 中耦合,得到输出 $\mathbf{s}$ .之后将下层信息序列 $\mathbf{u}^{(1)}$ 送入下层 $\text{Polar}(N, K_1, \mathbf{s})$ 编码器,编码生成子码字 $\mathbf{v}^{(1)}$ ;
3. 将 $\mathbf{v}^{(1)}$ 交织得到下层码字 $\mathbf{c}^{(1)}$ ,将 $\mathbf{c}^{(1)}$ 进行后向叠加,得到上层码字 $\mathbf{c}^{(0)} = \mathbf{v}^{(0)} \oplus \mathbf{c}^{(1)}$ ;
4. 输出码字 $\mathbf{c} = (\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{c}^{(1)})$ .

### 2.3 双耦合极化码译码

双耦合极化码的译码思路为:通过解调得到的概率序列 $\mathbf{y}$ 来计算上层的概率序列 $\mathbf{y}^{(0)}$ ,并将结果 $\mathbf{y}^{(0)}$ 送入上层子极化码的SCL译码器中进行译码.将上层译码得到的信息序列进行重新耦合以及重新编码,其中重

新耦合的结果作为下层译码器的冻结比特参与下层子极化码的 SCL 译码,重新编码的结果用于计算下层概率序列  $\mathbf{y}^{(1)}$ ,之后将结果  $\mathbf{y}^{(1)}$  送入下层子极化码的 SCL 译码器中进行译码.将上下层的译码结果进行重编码,并计算码字似然值,取似然值最大的码字作为双耦合极化码的译码结果.

令  $P(\mathbf{y}|\mathbf{c})$  表示在已知发送码字  $\mathbf{c}$  的条件下,接收到  $\mathbf{y}$  的概率,则双耦合极化码的逐次抵消列表译码算法如算法 2 所示.

#### 算法 2 双耦合极化码译码算法

输入:概率序列  $\mathbf{y} = (\mathbf{y}^{(0)}, \mathbf{y}^{(1)})$

输出:候选码字中似然值最大的码字  $\hat{\mathbf{c}}_r$ .

1. 根据  $\mathbf{y}$  计算上层的对数似然比  $\Lambda(\mathbf{v}^{(0)})$ ;
2. 将  $\Lambda(\mathbf{v}^{(0)})$  送入上层 Polar  $(N, K_0, \mathbf{0})$  的 SCL 译码器中,得到一系列  $\hat{\mathbf{v}}_l^{(0)}$  和对应的  $\hat{\mathbf{u}}_l^{(0)}$ , 其中  $l=0, 1, \dots, L-1$ ;
3. 对所有  $l \in \{0, 1, \dots, L-1\}$  执行以下步骤
  - a. 将  $\hat{\mathbf{u}}_l^{(0)}$  进行空间耦合,得到下层冻结比特估计值  $\hat{\mathbf{s}}_l$ ;
  - b. 计算下层的对数似然比  $\Lambda_l(\mathbf{v}^{(1)})$ ;
  - c. 将  $\Lambda_l(\mathbf{v}^{(1)})$  送入下层 Polar  $(N, K_1, \hat{\mathbf{s}}_l)$  译码器中,译码得到下层子码字  $\hat{\mathbf{v}}_l^{(1)}$ ;
  - d. 对上下层的子码字进行重编码,得到译码码字  $\hat{\mathbf{c}}_r$ , 然后计算码字似然值  $P(\mathbf{y}|\hat{\mathbf{c}}_r)$ ;
4. 输出候选码字里面似然值最大的码字  $\hat{\mathbf{c}}_r$ .

## 2.4 性能下界

在本节中,我们根据精灵辅助(Genie-Aided, GA)等方法,分析了 SCL 译码器的误帧率(Frame Error Rate, FER)  $\text{FER}_{\text{SCL}}$ , 因此性能下界可推导如下.

### (1) 上层精灵辅助界 $P(E_0)$

考虑事件  $E_0$  表示  $\mathbf{v}^{(0)}$  不在上层候选码字列表. 我们把下层往上的叠加看成是在上层中加入了噪声, 这样概率序列  $\mathbf{y}^{(0)}$  就可以看成是  $\mathbf{v}^{(0)}$  经过二元干扰 AWGN 信道后的输出, 其中边信息为  $\mathbf{y}^{(1)}$ . 将  $\mathbf{y}^{(0)}$  送入译码器中进行译码, 并在译码中加入精灵辅助, 即一旦候选码字中有正确的码字, 则将正确的码字输出, 我们将上层 SCL 译码器的性能当作  $P(E_0)$  的估计值.

### (2) 下层精灵辅助界 $P(E_1)$

考虑事件  $E_1$  表示在  $\mathbf{v}^{(0)}$  已知的情况下, 下层译码器输出的结果不是  $\mathbf{v}^{(1)}$ . 在上层已知的情况下, 向上叠加后发送相当于下层码字发送了两次. 我们将下层 SCL 译码器的性能当作  $P(E_1)$  的估计值.

由上分析可以得出精灵辅助下界为

$$\text{FER}_{\text{SCL}} \geq \max \{P(E_0), P(E_1)\},$$

于是我们便可以通过选择子极化码的参数来使得下界

达到最小.

**示例 1** 为了构造码长为 64, 信息序列长度为  $K_0 + K_1 = 32$  的双耦合极化码, 我们将上下层的子极化码码长设置为 32, 均采用 SCL 译码器, 最大列表大小分别为 32 和 8. 图 2 所示为不同信息长度分配  $(K_0, K_1)$  下的精灵辅助界. 在误帧率为  $10^{-5}$  附近, 我们选择上下层信息长度分配为  $(14, 18)$  的参数构造双耦合极化码, 因为在这种情况下, 其精灵辅助下界在比较大的范围内是最优的, 即  $\max \{P(E_0), P(E_1)\}$  在这种情况下是最小的.

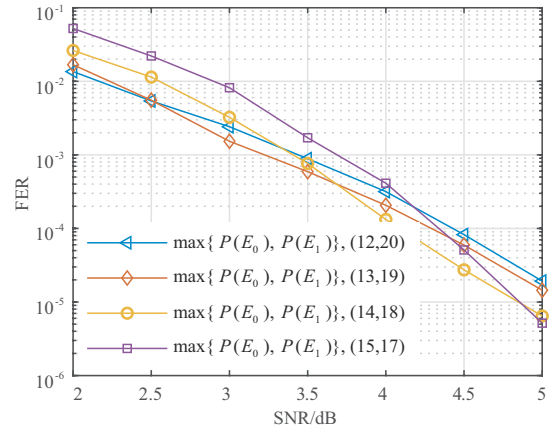


图 2 双耦合极化码在不同参数  $(K_0, K_1)$  构造下的精灵辅助界

图 3 给出了 BPSK 调制下双耦合极化码在不同参数  $(K_0, K_1)$  构造下的性能. 同时, 我们也给出了参数  $(14, 18)$  下的 GA 下界以及最大似然(Maximum Likelihood, ML)下界的曲线. 我们可以看出在 5 dB 附近, 使用参数  $(14, 18)$  构造的双耦合极化码的性能是最优的. 这证实了我们从精灵辅助下界中得出的结论.

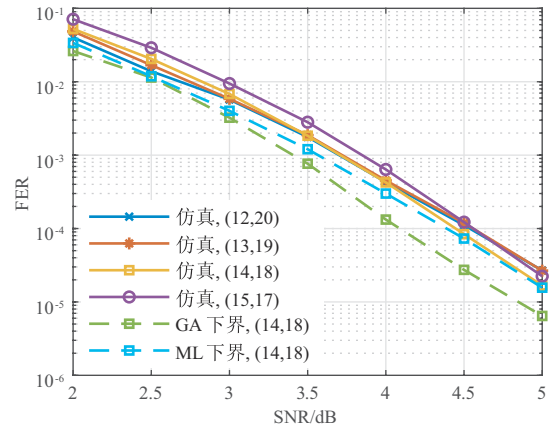


图 3 双耦合极化码在不同参数  $(K_0, K_1)$  构造下的性能及其界

图 4 所示为双耦合极化码和 CA-Polar 码<sup>[4,10]</sup>以及 PAC<sup>[12]</sup>在码长为 64, 不同码率下的性能. 可以看出, 所提出的双耦合极化码具有良好的性能, 在不同码率下

性能都与现有极化码短码构造性能相当。

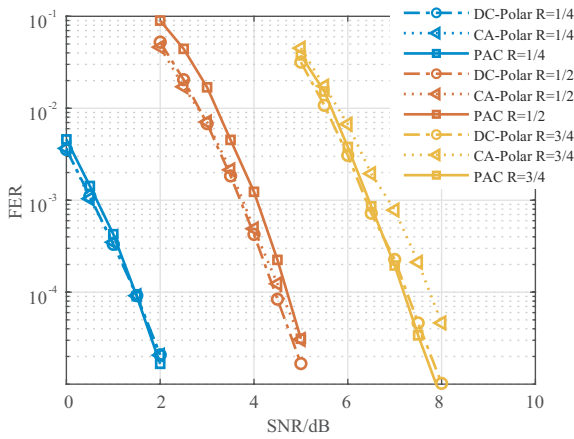


图4 双耦合极化码与其他码的性能比较

### 3 双耦合极化码的高阶调制

在此节中,我们介绍高阶调制下的双耦合极化码,并给出其相应的编码调制方案。

#### 3.1 双耦合极化码的比特交织编码调制

由于极化码的码长必须为2的幂次,因此当高阶调制映射的比特数不是2的幂次时,比特交织编码调制(BICM)系统会存在码长匹配的问题.码长匹配的常用方法是删余或截短<sup>[20]</sup>,其中删余方法有准均匀删余(Quasi-Uniform Puncturing, QUP)<sup>[21]</sup>及其扩展算法<sup>[22]</sup>,在本文中仅使用QUP算法,并将删余后的传输长度记为 $M$ .双耦合极化码的BICM系统框图如图5所示,在双耦合极化码编码完成之后,将码字 $c = (c^{(0)}, c^{(1)})$ 送入交织器以及映射器中,经过格雷(Gray)映射得到已调符号序列 $x$ .信号经过信道之后,先解映射成概率序列 $y$ ,之后再解交织,最后送入双耦合极化码的译码器中进行译码。

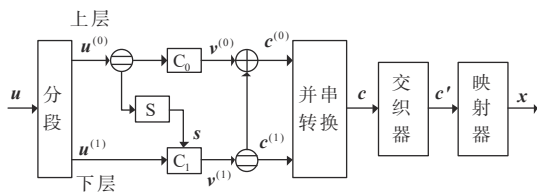


图5 双耦合极化码的BICM系统框架

**示例2** 在16QAM调制下,我们考虑码长为128,信息序列长度为 $K_0 + K_1 = 64$ 的双耦合极化码.上下层的子极化码码长设置为64,均采用SCL译码器,最大列表大小分别为128和8.图6所示为不同信息长度分配( $K_0, K_1$ )下的精灵辅助界.可以看出在误帧率为 $10^{-5}$ 附近

近,参数(23, 41)的精灵辅助界是最优的,因此我们使用该参数来构造双耦合极化码。

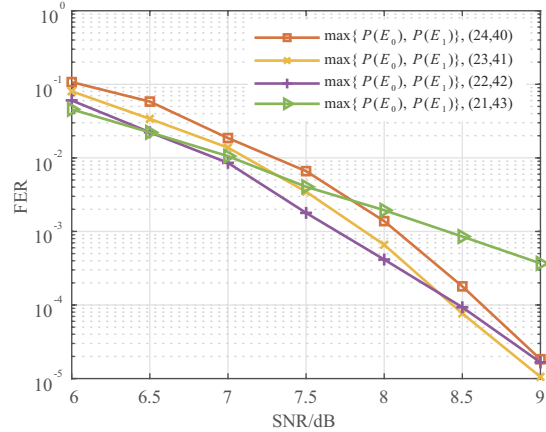


图6 16QAM调制下BICM系统中双耦合极化码在不同参数( $K_0, K_1$ )构造下的精灵辅助界

简单起见,BICM系统中的交织器设置为随机交织器.我们在图7中给出了文献[23]中的PAC以及[24]中的CA-Polar码在BICM系统中16QAM调制下的性能,与双耦合极化码的性能进行对比.可以看出双耦合极化码的性能处于PAC和CA-Polar码之间。

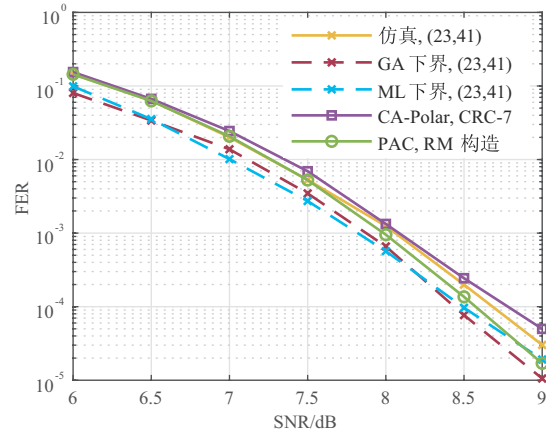


图7 16QAM调制下BICM系统中双耦合极化码在参数(23, 41)构造下的性能及其界,其中PAC和CA-Polar码均由参数 $N = 128, K = 64$ 构造,SCL译码器参数为 $L = 128$

**示例3** 在64QAM调制下,我们考虑码长为192,信息序列长度为 $K_0 + K_1 = 96$ 的双耦合极化码.上下层子极化码的母码长度设置为128,传输长度为96.图8所示为不同信息长度分配( $K_0, K_1$ )下的精灵辅助界.可以看出,在误帧率为 $10^{-4}$ 附近,参数(34, 62)的精灵辅助界是最优的,因此我们使用该参数来构造双耦合极化码。

同样地,我们在图9中给出了CA-Polar码在BICM

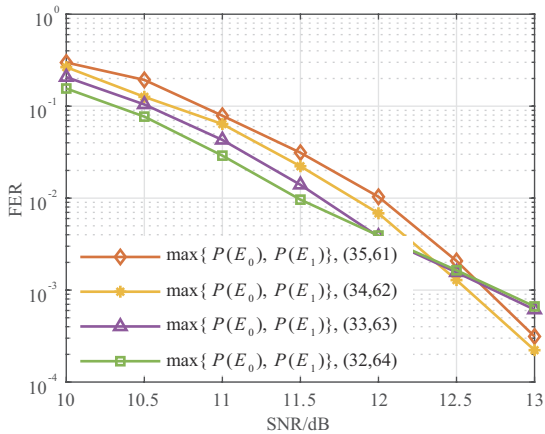


图 8 64QAM 调制下 BICM 系统中双耦合极化码在不同参数  $(K_0, K_1)$  构造下的精灵辅助界

系统 64QAM 调制下的性能,与双耦合极化码的性能进行对比. 由图可以看出,在 64QAM 调制下,删余操作对双耦合极化码性能的影响会更大一些. 因此,我们需要考虑一种码长更为灵活,不需要进行删余或截短操作的编码调制方案.

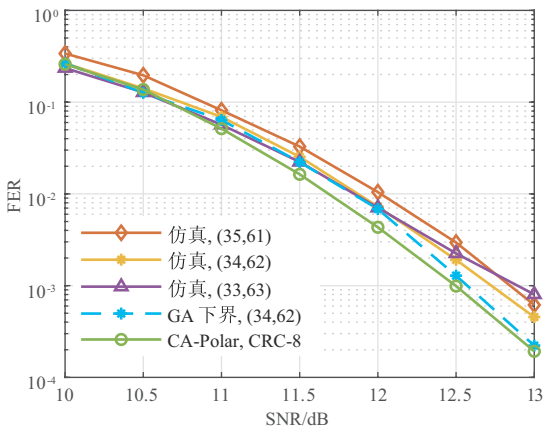


图 9 64QAM 调制下 BICM 系统中双耦合极化码在不同参数  $(K_0, K_1)$  构造下的性能及其界,其中 CA-Polar 码由参数  $N=256, M=192, K=96$  构造, SCL 译码器参数为  $L=128$ , CRC 生成多项式为  $g(x) = x^8 + x^5 + x^4 + 1$

### 3.2 双层耦合极化编码调制

为了构造出码长灵活的双耦合极化码,我们基于多层编码调制(MLC)的思想,提出了双层耦合极化编码调制(DC-Polar-TLC)方案. 其基本思想是,利用子集划分(Set Partition, SP)映射<sup>[25]</sup>代替后向叠加. 此时,与后向叠加类似,在逐次抵消过程中,当上层的映射比特给定时,下层的星座点具有较大的距离,从而能够改善下层的性能. 这样做的好处是,在高阶调制下可以将 SP 映射和编码联合设计,从而解决码长匹配的问题.

DC-Polar-TLC 方案的性能下界可推导如下.

#### (1) 上层精灵辅助界 $P(E_0)$

在 SP 映射下,我们采用上层对应比特的软信息作为输入,送入上层译码器进行译码,从而得到上层的译码误帧率性能. 因为使用了 SP 映射,相邻星座点间可能有多个比特存在差异,因此相比于 Gray 映射,上层的译码性能会有所下降.

#### (2) 下层精灵辅助界 $P(E_1)$

在上层比特已知的条件下,我们提取下层比特软信息,送入下层译码器进行译码,得到精灵辅助下的下层误帧率性能. 得益于 SP 映射方式,在上层比特已知时,剩余比特对应的星座点之间具有较大的距离,相比于 Gray 映射,下层的译码性能会有所改善.

和双耦合极化码类似,我们可以通过选择子极化码的参数来使得下界达到最小.

值得指出的是,双耦合极化码的后向叠加是在二元域上进行加法运算,而 DC-Polar-TLC 方案借助的是 SP 映射和 MLC 方案,其增益和星座的选择与划分有关,因此需要针对具体的星座进行优化设计.

本文以 16QAM 和 64QAM 的 DC-Polar-TLC 系统为例进行说明.

在 16QAM 调制下,DC-Polar-TLC 系统框图如图 10 所示. 上下层采用码长相同的子极化码进行编码,编码完成之后进行交织并分段,最后送入映射器中进行映射. 需要说明的是,DC-Polar-TLC 系统通过 SP 映射划分出两层,每层分成两路序列并采用 Gray 映射.

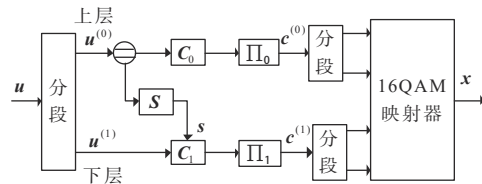


图 10 16QAM 调制下的 DC-Polar-TLC 系统框图

在 64QAM 调制下,DC-Polar-TLC 系统框图如图 11 所示. 上下层采用码长不同的子极化码进行编码,令  $N_0$  表示上层子极化码的码长,  $N_1$  表示下层子极化码的码长. 根据映射方式不同可以分成两种情况. 第一种情况是  $N_0 = 2N_1$ , 其中上层对应星座的前四个比特,下层对应星座的后两个比特,称这种映射方式为  $\Phi_1$ ,如图 11(a)所示. 第二种情况是  $N_1 = 2N_0$ , 其中上层对应星座的前两个比特,下层对应星座的后四个比特,称这种映射方式为  $\Phi_2$ ,如图 11(b)所示.

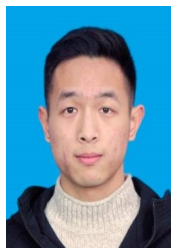
**示例 4** 在 16QAM 调制下,我们考虑整体码长为 128, 信息序列长度为  $K_0 + K_1 = 64$  的 DC-Polar-TLC 系统. 令上下层子极化码的长度为 64, 均采用 SCL 译码器,最大列表大小分别为 128 和 8. 经过测试,我们使用



- [2] ARIKAN E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(7): 3051-3073.
- [3] ARIKAN E. A performance comparison of polar codes and reed-muller codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2008, 12(6): 447-449.
- [4] TAL I, VARDY A. List decoding of polar codes[C]//*Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*. St Petersburg, Russia: IEEE, 2011: 1-5.
- [5] CHEN K, NIU K, LIN J. List successive cancellation decoding of polar codes[J]. *Electronics Letters*, 2012, 48(9): 500-501.
- [6] BALATSOUKAS-STIMMING A, PARIZI M B, BURG A. LLR-based successive cancellation list decoding of polar codes[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(19): 5165-5179.
- [7] CHEN K, NIU K, LIN J. Improved successive cancellation decoding of polar codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(8): 3100-3107.
- [8] FAYYAZ U U, BARRY J R. Polar codes for partial response channels[C]//*Proceedings of the IEEE International Conference on Communications*. Budapest, Hungary: IEEE, 2013. 4337-4341.
- [9] ELKELESH A, EBADA M, CAMMERER S, et al. Belief propagation list decoding of polar codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(8): 1536-1539.
- [10] NIU K, CHEN K. CRC-aided decoding of polar codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(10): 1668-1671.
- [11] WANG T, QU D, JIANG T. Parity-check-concatenated polar codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(12): 2342-2345.
- [12] ARIKAN E. From sequential decoding to channel polarization and back again[OL]. (2019-09-09) [2021-08-01] <https://arxiv.org/abs/1908.09594>.
- [13] WANG K, HOU W, LU S, et al. Improving polar codes by spatial coupling[C]//*Proceedings of the International Symposium on Information Theory and Its Applications*. Singapore: IEEE, 2018: 432-436.
- [14] ZEHAVID E. 8-PSK trellis codes for a rayleigh channel[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1992, 40(5): 873-884.
- [15] CAIRE G, TARICCO G, BIGLIERI E. Bit-interleaved coded modulation[C]//*Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*. Ulm, Germany: IEEE, 1997: 96.
- [16] WACHSMANN U, FISCHER R F H, HUBER J B. Multi-level codes: Theoretical concepts and practical design rules[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1999, 45(5): 1361-1391.
- [17] SEIDL M, SCHENK A, STIERSTORFER C, et al. Polar-coded modulation[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(10): 4108-4119.
- [18] CAI S, MA X. Twisted-pair superposition transmission [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, 69(9): 5663-5671.
- [19] CAI S, CHEN H, WEI B, et al. Dual coupled polar codes with successive cancellation list decoding[C]//*Proceedings of the IEEE International Symposium Information Theory*. Melbourne, Australia: IEEE, 2021: 2375-2380.
- [20] WANG R, LIU R. A novel puncturing scheme for polar codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(12): 2081-2084.
- [21] NIU K, CHEN K, LIN J. Beyond turbo codes: Rate-compatible punctured polar codes[C]//*Proceedings of the IEEE International Conference on Communications*. Budapest, Hungary: IEEE, 2013:3423-3427.
- [22] 陈海强, 韦文娟, 王留洋, 等. 基于周期分层重排构造的速率兼容凿孔极化码算法[J]. *电子学报*, 2021, 49(6): 1125-1131.
- CHEN Hai-qiang, WEI Wen-juan, WANG Liu-yang, et al. An algorithm for rate-compatible punctured polar codes based on hierarchical permutation structure[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2021, 49(6): 1125-1131. (in Chinese)
- [23] YAO H, FAZELI A, VARDY A. List decoding of Arikan's PAC codes[C]//*Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*. Los Angeles, CA, USA: IEEE, 2020: 443-448.
- [24] COSKUN M C, DURISI G, JERKOVITS T, et al. Efficient error-correcting codes in the short blocklength regime[J]. *Physical Communication*, 2019, 34: 66-79.
- [25] UNGERBOECK G. Channel coding with multilevel/phase signals[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1982, 28(1): 55-67.
- [26] POLYANSKIY Y, POOR H V, VERDU S. Channel coding rate in the finite blocklength regime[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(5): 2307-2359.
- [27] WU X, QIU M, YUAN J. Delayed bit-interleaved polar coded modulation with superposition gray labeling[C]//

2021 IEEE Global Communications Conference. Madrid, Spain: IEEE, 2021: 1-6.

#### 作者简介



**陈皓炜** 男,1998年10月出生,江西赣州人.2016年毕业于西安电子科技大学通信工程学院,2020年进入中山大学计算机学院.现为硕士生,从事极化码编码调制相关研究.  
E-mail: chenhw39@mail2.sysu.edu.cn



**蔡穗华** 男,1988年12月出生,广东广州人.2019年博士毕业于中山大学信息与通信工程专业,现在中山大学计算机学院从事博士后工作,主要研究方向为信息论与信道编码,及其在光纤通信、无线通信中的应用.  
E-mail: caish23@mail.sysu.edu.cn



**韦宝典(通讯作者)** 男,1976年5月出生,广西贵港人.副教授,硕士生导师.2004年毕业于西安电子科技大学获工学博士学位.现为中山大学计算机学院教师,从事信息理论与技术方面的有关研究.  
E-mail: weibd@mail.sysu.edu.cn



**马 啸** 男,1968年10月出生,河南焦作人.教授、博士生导师.2000年毕业于西安电子科技大学,其后在美国哈佛大学和香港城市大学从事研究工作.现任职于中山大学计算机学院,主要研究方向为信息与编码理论、编码调制技术、无线通信、光通信等.  
E-mail: maxiao@mail.sysu.edu.cn